

## **SOPSTVENE I MEĐUSOBNE IMPEDANSE ELEKTROENERGETSKIH KABLOVA**

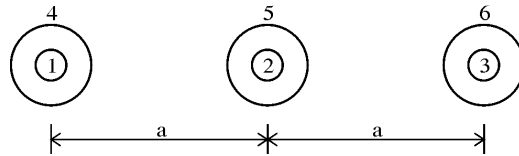
M. STOJANOVIĆ, Elektronski fakultet, Niš, Srbija  
D. TASIĆ, Elektronski fakultet, Niš, Srbija  
N. CVETKOVIĆ, Elektronski fakultet, Niš, Srbija

### **UVOD**

U fazi projektovanja elektroenergetskih kablovskih vodova, kao i u fazi njihove eksploatacije od velikog značaja je poznavanje serijskih impedansi kablova (sopstvenih i međusobnih). Kao što je poznato, sopstvene redne impedanse provodnika i metalnih omotača kablova predstavljaju sumu unutrašnje i spoljašnje impedanse, a određivanje svake od njih nosi određene poteškoće. Relacije za izračunavanje unutrašnje impedanse provodnika punog poprečnog preseka poznate su jako dugo, međutim potreba za prenosom što većih količina energije uslovlila je povećanje poprečnih preseka provodnika i do 3000 mm<sup>2</sup>, kao i unapređenje konstruktivnih realizacija provodnika. Kod ovih provodnika ne mogu se direktno primeniti relacije izvedene za provodnike punog poprečnog preseka. Osnovna poteškoća koja se javlja kod izračunavanja spoljašnjih sopstvenih i međusobnih impedansi je uzimanje u obzir uticaja zemlje kao povratnog puta. Relacije za izračunavanje impedanse povratnog puta kroz zemlju za poznatu frekvenciju koje su poznate gotovo ceo vek, nisu međutim pogodne za inženjerske proračune čak ni u današnje vreme pošto iziskuju izračunavanje modifikovanih Bessel-ovih funkcija kompleksne promenljive i beskonačnih integrala koji nemaju rešenje u zatvorenom obliku već se moraju rešavati numerički. Da bi se izbegla numerička integracija razvijen je veći broj uprošćenih inženjerskih relacija. Ove relacije često se primenjuju bez poznavanja pretpostavki i zanemarivanja pod kojima su izvedena, odnosno njihove tačnosti. U ovom radu dat je pregled relacija za izračunavanje sopstvenih i međusobnih impedansi kablova, a na test primeru je pokazana njihova tačnost. Fokus je stavljen na jednožilne kablove položene u zemlji sa električnom zaštitom uzemljenom na jednom ili na oba kraja, sa izvršenom transpozicijom električnih zaštita ili bez transpozicije.

### **JEDNAČINE TROFAZNOG VODA SAČINJENOG OD TRI JEDNOŽILNA KABLA**

Tri jednožilna kabla koji čine trofazni sistem najčešće se u slučaju visokonaponskih kablova polažu u istoj ravni kao na slici. Na slici su prikazana tri jednožilna kabla sa električnim zaštitama pri čemu su brojevima 1, 2 i 3 označeni provodnici kablova, a brojevima 4, 5 i 6 električne zaštite kablova.



Slika 1 Tri jednožilna kabla položena u ravni

Za sistem prikazan na slici, kada se analizira samo jedna učestanost, može se napisati sledeći sistem jednačina u matričnom obliku:

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{U}_1}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{U}_2}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{U}_3}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{U}_4}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{U}_5}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{U}_6}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{12} & \underline{z}_{13} & \underline{z}_{14} & \underline{z}_{15} & \underline{z}_{16} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{22} & \underline{z}_{23} & \underline{z}_{24} & \underline{z}_{25} & \underline{z}_{26} \\ \underline{z}_{31} & \underline{z}_{32} & \underline{z}_{33} & \underline{z}_{34} & \underline{z}_{35} & \underline{z}_{36} \\ \underline{z}_{41} & \underline{z}_{42} & \underline{z}_{43} & \underline{z}_{44} & \underline{z}_{45} & \underline{z}_{46} \\ \underline{z}_{51} & \underline{z}_{52} & \underline{z}_{53} & \underline{z}_{54} & \underline{z}_{55} & \underline{z}_{56} \\ \underline{z}_{61} & \underline{z}_{62} & \underline{z}_{63} & \underline{z}_{64} & \underline{z}_{65} & \underline{z}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{I}_4 \\ \underline{I}_5 \\ \underline{I}_6 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Relacija (1) je napisana u najopštijem obliku i primenljiva je za proizvoljan raspored tri kabla. U ovoj relaciji sa  $\underline{z}_{ij}$  su obeležene sopstvene podužne impedanse petlje provodnik ( $i=1,2,3$ ), odnosno ekrana ( $i=4,5,6$ ), povratni put kroz zemlju, a sa  $\underline{z}_{ij}$  odgovarajuće međusobne podužne impedanse ( $\underline{z}_{ij}=\underline{z}_{ji}$ ) petlji provodnik i/ili električne zaštite sa povratnim putem kroz zemlju. U slučaju identičnih kablova položenih u ravni kao na slici očigledno važi da je  $\underline{z}_{11}=\underline{z}_{22}=\underline{z}_{33}$ ,  $\underline{z}_{44}=\underline{z}_{55}=\underline{z}_{66}$ . Za kablove položene u temenima jednakokraničnog trougla važe takođe i  $\underline{z}_{12}=\underline{z}_{13}=\underline{z}_{15}=\underline{z}_{16}$ . Na raspodelu gustine struje u električnoj zaštiti utiču struja koja protiču kroz fazni provodnik i struje koja se zatvaraju van električne zaštite. Da bi se tačno obuhvatila ova raspodela umesto relacije (1) kao polazna relacija može se iskoristiti relacija (2) koja je napisana za petlje provodnik-električna zaštita i električna zaštita-povratni put kroz zemlju [1]:

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial(\underline{U}_1 - \underline{U}_4)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\underline{U}_2 - \underline{U}_5)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\underline{U}_3 - \underline{U}_6)}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{U}_4}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{U}_5}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{U}_6}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{z}_{111} & 0 & 0 & \underline{z}_{114} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{z}_{122} & 0 & 0 & \underline{z}_{125} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{z}_{133} & 0 & 0 & \underline{z}_{136} \\ \underline{z}_{141} & 0 & 0 & \underline{z}_{144} & \underline{z}_{145} & \underline{z}_{146} \\ 0 & \underline{z}_{152} & 0 & \underline{z}_{154} & \underline{z}_{155} & \underline{z}_{156} \\ 0 & 0 & \underline{z}_{163} & \underline{z}_{164} & \underline{z}_{165} & \underline{z}_{166} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{I}_1 + \underline{I}_4 \\ \underline{I}_2 + \underline{I}_5 \\ \underline{I}_3 + \underline{I}_6 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

gde je:

$$\underline{z}_{111} = \underline{z}_{122} = \underline{z}_{133} = \underline{z}_{ps} + \underline{z}_{iz} + \underline{z}_{eu}, \quad \underline{z}_{144} = \underline{z}_{155} = \underline{z}_{166} = \underline{z}_{es} + \underline{z}_{eiz} + \underline{z}_{zs},$$

$$\underline{z}_{114} = \underline{z}_{141} = \underline{z}_{125} = \underline{z}_{152} = \underline{z}_{136} = \underline{z}_{163} = -\underline{z}_{lm}, \quad \underline{z}_{145} = \underline{z}_{154}, \quad \underline{z}_{146} = \underline{z}_{164} = \underline{z}_{165} = \underline{z}_{156} = \underline{z}_{136} = \underline{z}_{163}.$$

Kroz prvu petlju protiče struja provodnika a kroz drugu zbir struja faznog provodnika i električne zaštite. Prethodne relacije napisane su za kablove koji imaju električnu zaštitu ali ne i armaturu. U slučaju postojanja armature dobijaju se nešto složenije relacije za izračunavanje, ali se do njih dolazi na identičan način, s tim da je matrica impedansi dimenzija 9x9. U prethodnim izrazima sa  $\underline{z}_{ps}$  je označena unutrašnja podužna impedansa provodnika,  $\underline{z}_{iz}$  podužna impedansa izolacije,  $\underline{z}_{eu}$  unutrašnja impedansa električne zaštite sa povratnim putem lociranim u unutrašnjosti,  $\underline{z}_{es}$  unutrašnja impedansa električne zaštite sa povratnim putem lociranim napolju,  $\underline{z}_{lm}$  međusobna podužna impedansa petlji provodnik-električna zaštita i električna zaštita-povratni put kroz zemlju,  $\underline{z}_{zs}$  sopstvena impedansa zemlje, a impedanse  $\underline{z}_{145} = \underline{z}_{154} = \underline{z}_{12}$ ,  $\underline{z}_{146} = \underline{z}_{164} = \underline{z}_{13}$  i  $\underline{z}_{156} = \underline{z}_{165} = \underline{z}_{23}$  su međusobne podužne impedanse zemlje. U slučaju kablova položenih u ravni je  $\underline{z}_{145} = \underline{z}_{156}$ . Sabiranjem prve vrste sa četvrtom, druge sa petom, i treće sa šestom, i razdvajanjem zbira struja u poslednje tri vrste, jednačina (2) se može napisati u obliku (1), pri čemu su:

$$\underline{z}_{11} = \underline{z}_{22} = \underline{z}_{33} = \underline{z}_{ps} + \underline{z}_{iz} + \underline{z}_{eu} - 2\underline{z}_{lm} + \underline{z}_{es} + \underline{z}_{eiz} + \underline{z}_{zs}, \quad (3)$$

$$\underline{z}_{44} = \underline{z}_{55} = \underline{z}_{66} = \underline{z}_{es} + \underline{z}_{eiz} + \underline{z}_{zs}, \quad (4)$$

$$\underline{z}_{14} = \underline{z}_{41} = \underline{z}_{25} = \underline{z}_{52} = \underline{z}_{36} = \underline{z}_{63} = \underline{z}_{es} + \underline{z}_{eiz} + \underline{z}_{zs} - \underline{z}_{lm}, \quad (5)$$

$$\underline{z}_{12} = \underline{z}_{21} = \underline{z}_{45} = \underline{z}_{54} = \underline{z}_{15} = \underline{z}_{51} = \underline{z}_{24} = \underline{z}_{42} = \underline{z}_{12}, \quad (6)$$

$$\underline{z}_{13} = \underline{z}_{31} = \underline{z}_{46} = \underline{z}_{64} = \underline{z}_{16} = \underline{z}_{61} = \underline{z}_{34} = \underline{z}_{43} = \underline{z}_{13}, \quad (7)$$

$$\underline{z}_{23} = \underline{z}_{32} = \underline{z}_{56} = \underline{z}_{65} = \underline{z}_{26} = \underline{z}_{62} = \underline{z}_{35} = \underline{z}_{53} = \underline{z}_{z23} \quad . \quad (8)$$

Imajući u vidu da se relacija (2) može svesti na relaciju (1) adekvatnim izračunavanjem impedansi datim relacijama (3) do (8), relacija (1) se može smatrati opštom.

## UNUTRAŠNJA IMPEDANSA PROVODNIKA I ELEKTRIČNE ZAŠTITE

Podužna električna otpornost provodnika kabla za jednosmernu struju na radnoj temperaturi određuje se prema relaciji:

$$R' = R_0 (1 + \alpha(\theta - 20)) \quad , \quad (9)$$

gde je  $R_0$  otpornost provodnika za jednosmernu struju na 20°C čija maksimalna vrednost je definisana u IEC 60228 [2],  $\alpha$  temperaturni koeficijent promene električne otpornosti, dok je  $\theta$  radna temperatura provodnika. U slučaju naizmenične struje dolaze do izražaja pojave površinskog, (skin) efekta i efekta blizine, što uslovljava povećanje otpornosti. U IEC standardu za određivanje električne otpornosti za jednosmernu struju koristi se relacija:

$$R = R' (1 + y_s + y_p) \quad . \quad (10)$$

gde je  $y_s$  koeficijent kojim se obuhvata uticaj površinskog efekta, a  $y_p$  koeficijent koji obuhvata uticaj blizine. Polazeći od Maxwell-ovih jednačina u kompleksnom obliku može se izvesti sledeća relacija za podužnu unutrašnju impedansu provodnika punog kružnog poprečnog preseka, poluprečnika provodnika  $r_p$ :

$$\underline{z}_u = \frac{\sqrt{2} j^{3/2} \delta_c^{-1} \rho J_0(\sqrt{2} j^{3/2} \delta_c^{-1} r_p)}{2\pi r_p J_1(\sqrt{2} j^{3/2} \delta_c^{-1} r_p)} \quad . \quad (11)$$

gde je  $J_0$  Bessel-ova funkcija prve vrste nultog reda,  $J_1$  Bessel-ova funkcija prve vrste prvog reda,  $r_p$  poluprečnik provodnika, a  $\delta_c$  dubina prodiranja:

$$\delta_c = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \quad . \quad (12)$$

U prethodnom izrazu,  $\omega$  je ugaona učestanost,  $\mu$  magnetna permeabilnost provodnika, a  $\rho$  specifična električna otpornost materijala provodnika. S obzirom na to da je dubina prodiranja na učestanosti od 50 Hz oko 9,35 mm, to je za poprečne preseke između 25 mm<sup>2</sup> i 2500 mm<sup>2</sup>,  $0,3 < r_p/\delta_c < 3$ . Ako se uzmu prva tri člana Besselovih funkcija prve vrste dolazi se do uprošćene relacije:

$$\underline{z}_u = \frac{\rho}{\pi r_p^2} \left( 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{r_p}{2\delta_c} \right)^4 \right) + j \frac{\omega\mu}{8\pi} \quad . \quad (13)$$

U opsegu od  $0,3 < r_p/\delta_c < 3$  jako dobro poklapanje sa greškom manjom od 3%, postiže se relacijom:

$$y_s = \frac{x_p^4}{192 + 0,8x_p^4} \quad . \quad (14)$$

pri čemu je:

$$x_p = 15,9 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{f c_p}{R}} \quad . \quad (15)$$

Relacija (14) korišćena je do 2014. godine u IEC 60287-1-1 uz naznaku da je primenjiva za  $x_p \leq 2,8$ . Potreba za povećanjem prenosne snage kablovskih vodova uslovlila je pojavu kablova sa provodnicima velikog poprečnih preseka do 2500 mm<sup>2</sup>, kod kojih je uticaj površinskog efekta veoma izražen. Da bi se smanjio uticaj površinskog efekta otpočelo se sa primenom različitih rešenja, npr. izrada provodnika od lakiranih žica ili izolovanje segmenata provodnika. U cilju sagledavanja električne otpornosti za naizmeničnu struju ovako izrađenih provodnika velikog poprečnog preseka, CIGRE formira radnu grupu WG B1-03 koja 2005. godine objavljuje konačni izveštaj [3]. Radna grupa je odabrala pragmatičan pristup i na osnovu merenja odredila funkcije za

izralunavanje koeficijenta koji se koriste postojećim jednačinama iz standarda. Tako je za provodnike kružnog poprečnog preseka za opseg  $x_p \leq 2,8$  preporučena primena relacija (14), a van ovog opsega:

$$\begin{aligned} y_s &= -0,136 - 0,0177x_p + 0,0563x_p^2; & 2,8 \leq x_p \leq 3,8 \\ y_s &= 0,354x_p - 0,733; & x_p > 3,8 \end{aligned} \quad (16)$$

Greška koja se čini na ovaj način manja je od 0,6% u celom opsegu. Za kablove sa segmentnim provodnicima preporučeno je da se vrši merenje električne otpornosti za naizmeničnu struju u toku tipskog testa kablova. O novom izdanju IEC60287-1-1 koji je objavljen 2014. godine prihvaćene su relacije (16) i ubačena je sledeća tabela za koeficijente  $c_p$  i  $c_b$ .

TABELA 1 - Koeficijenti za obuhvatanje površinskog i efekta blizine u IEC60287-1-1

Tip provodnika	Izolacija	$c_p$	$c_b$
Bakar		1	1
Okrugli pun presek	sve	1	0,8
Okrugli žičani	ulje/papir/PPL	1	1
Okrugli žičani	sintetička/mineralna	0,435	0,37
Okrugli, Miliken sa izolovanim žicama	sintetička	0,35	0,2
Okrugli, Miliken sa golim provodnicima (istosmerno)	sintetička	0,62	0,37
Okrugli, Miliken sa golim provodnicima (dvosmerno)	sintetička	0,8	0,37
Cilindrični	sve	(17)	0,8
Sektorski	ulje/papir/PPL	1	0,8
Sektorski	sintetička/mineralna	1	1
Aluminijum			
Okrugli puni presek	sve	1	1
Okrugli žičani	sve	1	0,8
Okrugli Miliken	sve	0,25	0,15
Cilindrični	sve	(17)	0,8

$$c_p = \frac{d_{sp} - d_{up}}{d_{sp} + d_{up}} \left( \frac{d_{sp} + 2d_{up}}{d_{sp} + d_{up}} \right)^2 \quad (17)$$

Pod efektom blizine podrazumeva se neravnomerna raspodela struje u jednom provodniku zbog uticaja struje u drugom, bliskom provodniku. Efekat blizine je, izraženiji sa porastom učestanosti i smanjenjem električne otpornosti materijala. Takođe, on zavisi od oblika i uzajamnog položaja provodnika. Izvođenje izraza za uvažavanje efekta blizine veoma složeno pa se ovde daju samo krajnje relacije predložene standardom:

$$Y_b = \frac{x_b^4}{192 + 0,8 x_b^4} \left( \frac{d_p}{a} \right)^2 \left[ 0,312 \left( \frac{d_p}{a} \right)^2 + \frac{1,18}{\frac{x_b^4}{192 + 0,8 x_b^4} + 0,27} \right] \quad (18)$$

$$x_b = 15,9 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{f c_b}{R}} \quad (19)$$

Unutrašnja reaktansa provodnika, odnosno unutrašnja induktivnost, određuje se iz imaginarnog dela relacije (11). Relacija (13), koja je izvedena uzimajući prva tri člana razvoja Bessel-ovih funkcija, omogućava izračunavanje unutrašnje induktivnosti sa tačnošću većom od 3% za odnose  $r_p/\delta_c \leq 1,3$  (poprečni presek oko 460 mm<sup>2</sup> na 50 Hz). Za vrednosti  $r_p/\delta_c \leq 2$  u [4] je predložena relacija:

$$l_u = \frac{\mu}{8\pi} \left( 1 - \frac{1}{6} \left( \frac{r_p}{2\delta_c} \right)^4 \right), \quad (20)$$

a za  $r_p/\delta_c > 2$  (poprečni presek veći od 1000 mm<sup>2</sup> na 50 Hz):

$$l_u = \frac{\mu}{8\pi} \left( \frac{2\delta_c}{r_p} - \frac{3}{64} \left( \frac{2\delta_c}{r_p} \right)^3 \right). \quad (21)$$

Unutrašnja impedansa cilindričnog provodnika punog preseka izračunava se kao:

$$\underline{z}_u = \frac{\rho_c u}{2\pi r_s} \frac{N_1(r_u u) J_0(r_s u) - N_0(r_s u) J_1(r_u u)}{N_1(r_u u) J_1(r_s u) - N_1(r_s u) J_1(r_u u)} . \quad (22)$$

Ova relacija može se primeniti za fazne provodnike cilindričnog poprečnog preseka ali i za impedansu električne zaštite kada je povratni put van električne zaštite (kroz armaturu ili kroz plašt) označenu sa  $\underline{z}_{es}$  u relacijama (3) do (8). U [5] je predložena aproksimacija ove funkcije u obliku:

$$\underline{z}_u \approx \frac{\rho m_c}{2\pi r_s} \coth(m_c (r_s - r_u)) - \frac{\rho}{2\pi r_u (r_u + r_s)} . \quad (23)$$

Unutrašnja impedansa cilindričnog provodnika sa povratnim putem u unutrašnjosti određuje se na osnovu izraza

$$\underline{z}_u = \frac{\rho u}{2\pi r_u} \frac{N_1(r_s u) J_0(r_u u) - J_1(r_s u) N_0(r_u u)}{N_1(r_u u) J_1(r_s u) - N_1(r_s u) J_1(r_u u)} . \quad (24)$$

Primenom ove relacije može se odrediti impedansa električne zaštite za unutrašnju površinu označena sa  $\underline{z}_{es}$  u relacijama (3) do (8). S obzirom na to da je debljina električne zaštite mala, veoma često se zanemaruje neravnomerna raspodela gustine struje u električnoj zaštiti pa se kao otpornost električne zaštite koristi otpornost za jednosmernu struju. Impedanse izolacije u relacijama (3) do (5) određuju se jednostavno:

$$\underline{z}_{izolacije} = j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_{sp}}{r_{un}} , \quad (25)$$

gde su  $r_{sp}$  i  $r_{un}$  spoljašnji i unutrašnji poluprečnik izolacije. Relacija (25) koristi se za izračunavanje  $\underline{z}_{iz}$  u relacijama (3) do (5) pri čemu je  $r_{sp}$  unutrašnji poluprečnik električne zaštite  $r_{eun}$  a  $r_{un}$  poluprečnik provodnika  $r_p$ , i za izračunavanja  $\underline{z}_{eiz}$  pri čemu je  $r_{sp}$  poluprečnik kabla a  $r_{un}$  spoljašnji poluprečnik električne zaštite  $r_{esp}$ . Međusobna impedansa petlji provodnik-električna zaštita i električna zaštita-povratni put kroz zemlju  $\underline{z}_{jm}$  određuje se kao:

$$\underline{z}_{im} = \frac{\rho_c}{\pi^2 r_{esp} r_{eun}} \frac{1}{N_1(r_s u) J_1(r_u u) - N_1(r_u u) J_1(r_s u)} . \quad (26)$$

## SPOLJAŠNJE SOPSTVENE I MEĐUSOBNE IMPEDANSE

Kod proračuna spoljašnjih impedansi potrebno je uvažiti karakteristike zemlje koja predstavlja povratni put struje. Temelje proračuna podužne impedanse provodnika postavljenih iznad zemlje ili položenih u zemlji postavili su Carson [6] i Pollaczek [7]. Relacije koje je predložio Carson nešto su jednostavnije ali su izvedene samo za slučaj provodnika postavljenog iznad zemlje, dok je Pollaczek imao opštiji pristup i njegove relacije odgovaraju i slučaju provodnika postavljenog u zemlji. Jednačine za izračunavanje podužnih impedansi izvedene su za lineičan provodnik beskonačne dužine, dok se zemlja prostire u dubini do beskonačnosti. Relacije za izračunavanje spoljašnje sopstvene i međusobne impedanse u obliku koji je dao Wedepohl [5] i koji izgleda drugačije od originalnog koji je predložio Pollaczek (ali su ipak u pitanju identični izrazi) su:

$$\underline{z}_{mm} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \left[ K_0(mR) - K_0(m2h_m) + 2 \int_0^{+\infty} \frac{1}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + m^2}} e^{-2h_m \sqrt{\alpha^2 + m^2}} \cos(\alpha R) d\alpha \right] , \quad (27)$$

$$\underline{z}_{mn} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \left[ K_0(md) - K_0(mD) + 2 \int_0^{+\infty} \frac{1}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + m^2}} e^{-(h_m+h_n)\sqrt{\alpha^2+m^2}} \cos(\alpha x) d\alpha \right] , \quad (28)$$

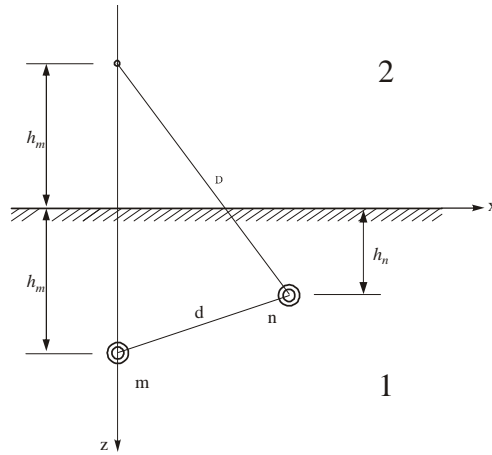
gde je:

$K_0$  - modifikovana Bessel-ova funkcija druge vrste nultog reda,

$R$  - poluprečnik provodnika ili kabla u zavisnosti od pristupa,

$m = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_z}$  - kompleksna konstanta prostiranja elektromagnetnih talasa u zemlji.

Ukoliko se obuhvata neravnomerna raspodela struje u električnim zaštitama i primeni relacija (2), odnosno relacija (1) sa impedansama određenim prema relacijama (3) do (5), kao poluprečnik  $R$  u relaciji za izračunavanje  $\underline{z}_{zs}$  koristi se poluprečnik kabla, dok se impedanse  $\underline{z}_{z12}$ ,  $\underline{z}_{z13}$  i  $\underline{z}_{z23}$  u relacijama (6) do (8) izračunavaju primenom izraza (28). Oznake dimenzija ( $d$ ,  $D$ ,  $h_m$  i  $h_n$ ) prikazane su na slici 2 Na slici je sredina 1 zemlja, sredina 2 vazduh, a dva provodnika ( $m$  i  $n$ ) položena su na dubinama  $h_m$  i  $h_n$ .



Slika 2. Dva kabla položena u zemlju

Prva dva člana u zagradi relacija (27) i (28) jednostavno se izračunavaju dok integral nema rešenje u zatvorenom obliku pa se rešava numeričkom integracijom ili razvojem u red. Problemi sa integracijom doveli su do velikog broja radova sa metodima za približno izračunavanje impedansi. Veoma čest pristup kod proračuna impedansi kablova je i primena Carson-ove formule čiji integral je nešto lakši za numeričko rešavanje i aproksimaciju od Polaczek-ovog. Naime Ammetani je pokazao da se Pollaczek-ova formula može svesti na Carson-ov oblik ako se umesto  $e^{-(h_m+h_n)\sqrt{\alpha^2+m^2}}$  u relaciji (26) stavi  $e^{-(h_m+h_n)|\alpha|}$ , pa je Carson-ova formula prihvaćena i za izračunavanje impedanse provodnika postavljenih u zemlji. Primena Carson-ove formule dovodi i do jednostavnije aproksimacije sa kompleksnom dubinom povratnog puta. Carson je u svom radu formulu za određivanje spoljašnje impedanse napisao kao zbir impedanse za slučaj idealno provodne zemlje i korekcionih faktora i ima sledeći oblik:

$$z_{mm}^s = \Delta R_{mm} + j(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_m}{r_m} + \Delta X_{mm}) , \quad (29)$$

$$z_{mn}^s = \Delta R_{mn} + j(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{mn}}{d_{mn}} + \Delta X_{mn}) , \quad (30)$$

gde su  $\Delta R$  i  $\Delta X$  korekcionni faktori koje se Carson dao kao funkcije parametra  $a$ :

$$a = 4\pi\sqrt{5} 10^{-4} D \sqrt{\frac{f}{\rho}} . \quad (31)$$

U prethodnom izrazu  $D = 2h_m$  za izračunavanje sopstvenih impedansi, a  $D = D_{mn}$  za izračunavanje međusobnih impedansi.  $D$  se zamenjuje u metrima, dok je  $\rho$  u  $\Omega\text{m}$ . Za vrednosti  $a \leq 5$  Carson je predložio razvoj beskonačnih integrala u sumu sledećeg oblika u kome se pojavljuje ugao  $\phi$ . Ugao  $\phi = 0$  u slučaju određivanja sopstvenih impedansi a  $\phi = \phi_{mn}$  u slučaju međusobnih.

$$\begin{aligned} \Delta R = 4\omega 10^{-7} \{ & \pi/8 - b_1 a \cos \phi + b_2 [(c_2 - \ln a)a^2 \cos(2\phi) + \phi a^2 \sin(2\phi)] + b_3 a^3 \cos(3\phi) - \\ & - d_4 a^4 \cos(4\phi) - b_5 a^5 \cos(5\phi) + b_6 [(c_6 - \ln a)a^6 \cos(6\phi) + \phi a^6 \sin(6\phi)] + \\ & + b_7 a^7 \cos(7\phi) - d_8 a^8 \cos(8\phi) - \dots \} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \Delta X = 4\omega 10^{-7} \{ & \frac{1}{2} (0.6159315 - \ln a) + b_1 a \cos \phi - d_2 a^2 \cos(2\phi) + b_3 a^3 \cos(3\phi) - \\ & - b_4 [(c_4 - \ln a)a^4 \cos(4\phi) + \phi a^4 \sin(4\phi)] + b_5 a^5 \cos(5\phi) - d_6 a^6 \cos(6\phi) \\ & + b_7 a^7 \cos(7\phi) - b_8 [(c_8 - \ln a)a^8 \cos(8\phi) + \phi a^8 \sin(8\phi)] + \dots \} \end{aligned} \quad (33)$$

gde se konstante  $b$ ,  $c$  i  $d$  određuju kao:

$$b_i = b_{i-2} \frac{\text{sign}}{i(i+2)} , \quad b_1 = \frac{\sqrt{2}}{6} , \quad b_2 = \frac{1}{16} ,$$

$$\text{sign} = 1 \text{ za } i=3,4,7,8,11,12,15,16 \dots$$

$$\text{sign} = -1 \text{ za } i=5,6,9,10,13,14,17,18 \dots$$

$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2}, \quad c_2 = 1,3659315,$$

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i.$$

Uzimajući samo prve članove sume dobija se:

$$\Delta R = \frac{\omega\mu_0}{8}, \quad (34)$$

$$\Delta X = \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{D}, \quad (35)$$

$$D_e = \frac{e^{0,6159315}}{4\pi\sqrt{5}10^{-4}} \sqrt{\frac{\rho}{f}} \approx 658 \sqrt{\frac{\rho}{f}}, \quad (36)$$

pri čemu se  $D_e$  obično naziva dubinom povratnog puta kroz zemlju, a konstanta u izrazu se uobičajeno zaokružuje na 658 iako je njena vrednost 658,87. Nakon zamene (34) i (35) u izrazima za spoljašnje sopstvene i međusobne impedanse dobija se:

$$\underline{z}_{mm}^s = \frac{\omega\mu_0}{8} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{r_m}, \quad (37)$$

$$\underline{z}_{mn}^s = \frac{\omega\mu_0}{8} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{d_{mn}}. \quad (38)$$

Za izračunavanje sopstvene impedanse primenjuje se i relacija sa kompleksnim povratnim putem:

$$\underline{z}_{mm} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2(h+p)}{R_m}. \quad (39)$$

U prethodnoj relaciji je sa  $p=1/m$  označena kompleksna dubina. Relacija je najpre izvedena za provodnike iznad zemlje i originalno je predložena od strane Dubanton-a, a prvi put publikovana u [8]. Relacija je kasnije počela da se primenjuje i za slučaj kablove položenih u zemlju. Zanimajući visinu provodnika iznad zemlje  $h$  i imaginarni deo kompleksne provodnosti zemlje relacija (39) se može svesti na oblik:

$$Z_{mm} = \frac{\omega\mu_0}{8} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{R_m}, \quad (40)$$

pri čemu je  $D_e = 711,762 \sqrt{\frac{\rho}{f}}$  što je prvi pokazao Deri [9]. Izraz je identičan onom koji je dobijen iz Carson-ove jednačine uz uvažavanje samo prvog člana, pri čemu se razlikuje samo koeficijent 711,762 umesto 658,872, odnosno uzima se da je dubina povratnog puta oko 8% veća, zbog čega je sopstvena induktivnost veća za  $1,544 \cdot 10^{-8}$  H/m. Veoma dobru aproksimaciju za spoljašnju sopstvenu i međusobnu impedansu kablova dao je Wedepohl [5]:

$$\underline{z}_{mm} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \left[ -\ln \left( \frac{\gamma m R}{2} \right) + 0,5 - \frac{4}{3} m h_m \right], \quad (41)$$

$$\underline{z}_{mn} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \left[ -\ln \left( \frac{\gamma m d_{mn}}{2} \right) + 0,5 - \frac{2}{3} m (h_m + h_n) \right]. \quad (42)$$

U prethodnom izrazu sa  $\gamma$  je prema radu [5] označena Euler-ova konstanta, što je povremeno bio razlog pogrešne interpretacije pošto je oznaka  $\gamma$  korišćena za  $e^{0,5772156649} = 1,781072$ . Zanimarenjem poslednjih članova prethodne dve relacije, i uzimajući da je  $\underline{\sigma}_z = \sigma_z + j\omega\epsilon_z \approx \sigma_z = \frac{1}{\rho_z}$  dobija se:

$$\underline{z}_{mm} = \frac{\omega\mu_0}{8} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{R}, \quad (43)$$

$$\underline{z}_{mn} = \frac{\omega\mu_0}{8} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{d_{mn}}, \quad (44)$$

$$D_e = \frac{\sqrt{2}\sqrt{e}}{\gamma\sqrt{\pi\mu_0}} \sqrt{\frac{\rho}{f}} = 658,87160 \sqrt{\frac{\rho}{f}}. \quad (45)$$

## REZULTATI PRORAČUNA

Posmatraće se kabl naponskog nivoa 400 kV, poprečnog preseka 2500 mm<sup>2</sup>. Provodnici su tipa Mileken sa izolovanim žicama od bakra. Električna zaštita ja od aluminijuma poprečnog preseka 500 mm<sup>2</sup>. Tri jednožilna kabla položena su u ravni na dubini od 1m, a rastojanje centara susednih kablova iznosi 0,3 m. Za temperaturu provodnika uzeto je 90°C a temperaturu električne zaštite 70°C. Vrednosti sopstvenih i međusobnih impedansi izračunatih primenom različitih relacija za isti kabl pri učestanost 50 Hz prikazani su u tabeli 2.

TABELA 2 – Spoljašnje sopstvene i međusobne impedanse kabla 400 kV (2500 mm<sup>2</sup>) položenog u ravni

Metod izračunavanja	Sopstvena [Ω/km]	Međusobna [Ω/km]
Numeričko rešavanje Pollaczek-ovog integrala	0,049465+j0,59545	0,049465+j0,50512
Numeričko rešavanje Carson-ovog integrala	0,049233+j0,59568	0,049233+j0,50535
Sumiranje Carson-ovog reda	0,049231+j0,59572	0,049233+j0,50605
Prvi član Carson-ovog reda	0,049348+j0,59561	0,049348+j0,50593
Ekvivalent dubina prema (36)	0,049348+j0,59552	0,049348+j0,50515
Ekvivalent dubina prema (45)	0,049348+j0,60046	0,049348+j0,51009
Wedepohl	0,049466+j0,59549	0,049466+j0,50512

U tabeli 3 su prikazani rezultati dobijeni primenom (3) do (8) sa unutrašnjim impedansama električne zaštite izračunatih preko Bessel-ovih funkcija i rezultati dobijeni primenom uprošćenih relacije (43) do (45). Impedanse zemlje u relacijama (3) do (8) izračunate su numeričkom integracijom Pollaczek-ovih jednačina. U oba slučaja korišćena je ista vrednost unutrašnje impedanse provodnika.

TABELA 3 - Sopstvene i međusobne impedanse kabla 400 kV (2500 mm<sup>2</sup>) položenog u ravni

Impedansa	Kompletan model	Uprošćene relacije
$Z_{11}$ [Ω/km]	0,060066+j0,661113	0,0599476+j0,661171
$Z_{44}$ [Ω/km]	0,1177101+j0,600938	0,117266+j0,601210
$Z_{41}$ [Ω/km]	0,0494655+j0,601135	0,0493480+j0,601210
$Z_{12}$ [Ω/km]	0,0494646+j0,505118	0,0493480+j0,505152
$Z_{13}$ [Ω/km]	0,0494646+j0,461566	0,0493480+j0,461601

## ZAKLJUČAK

U radu je dat pregled relacija za izračunavanje sopstvenih i međusobnih impedansi kablova, a zatim na test primeru pokazana njihova tačnost. Fokus je stavljen na jednožilne kablove položene u zemlji sa električnom zaštitom uzemljenom na jednom ili na oba kraja, sa izvršenom transpozicijom električnih zaštita ili bez transpozicije. Imajući u vidu rezultate prikazane u radu evidentno je da se za sve proračune koji se sprovode za kablove sopstvene i međusobne redne impedanse mogu odrediti primenom uprošćenih relacija. Najveća procentualna greška čini se kod proračuna aktivne otpornosti međusobnih impedansi i ona je manja od 0,3%.

## LITERATURA

- [1] H. W. Dommel, Electromagnetic Transients Program Theory Book (EMTP Theory Book), Portland: Bonneville Power Administration, 1986.
- [2] IEC Std. 60228, "Conductors of Insulated Cables", 2004.
- [3] CIGRE Working Group B1.03, "Large cross-sections and composite screens design", June 2005.
- [4] H. Schunk, Stromverdrängung, UTB, Dr. Alfred Hüthig Verlag, 1975.
- [5] L. M. Wedepohl, D. J. Wilcox, "Transit Analysis of Underground Power-Transmission Systems", Proc. IEE, 120, pp. 253-260, 1973.
- [6] J. R. Carlson, "Wave propagation in Overhead Wires with Ground Return", Bell System Journal, vol. 5, pp. 539-554, 1926.
- [7] F. Pollaczek, "Über das Feld einer unendlichen langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung", E.N.T., 3, pp. 339-360, 1926.
- [8] C. Gary, "Approche Complete de la Propagation multifilaire en haute fréquence par utilisation des matrices complexes" (Complete Approach to Multiconductor Propagation at High Frequency with Complex Matrices), EdF Bulletin de la Direction des Etudes et Recherches, Série B, no. 3/4, 1976, pp. 5-20.
- [9] A. Deri, G. Tevan, A. Semlyen, A. Castanheira, "The Complex Ground Return Plane, a Simplified Model for Homogeneous and Multy-Layer Earth Return", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS 100, no.8, pp. 3686-3693, August 1981.