

## **MODELovanje TRANSFORMATORA I DISTRIBuiranih IZVORA U PRORAČunu NESIMETričnih TOKOVA SNAGA DISTRIBUTivnih MREŽA**

**J. Radosavljević\*, Fakultet tehničkih nauka, Kosovska Mitrovica, Srbija**  
**M. Jevtić, Fakultet tehničkih nauka, Kosovska Mitrovica, Srbija**  
**D. Klimenta, Fakultet tehničkih nauka, Kosovska Mitrovica, Srbija**

### **UVOD**

Kod proračuna simetričnih tokova snaga polazi se od pretpostavki da su svi elementi u distributivnoj mreži trofazni, simetrični i uravnoteženi. Međutim, u praksi to nije baš sasvim ispunjeno, pre svega zbog nesimetričnog opterećenja faza na niskonaponskom nivou, velikih jednofaznih potrošača na srednjenaaponskom nivou, kao i zbog geometrijske nesimetrije vodova. Zadnjih desetak godina se više autora bavilo različitim aspektima problema nesimetričnih tokova snaga. Većina ovih radova predstavljaju varijacije efikasnog metoda nazad/napred (backward/forward) [1].

Prvi značajan problem u primeni metode nazad/napred za proračun nesimetričnih tokova snaga u distributivnim mrežama sa više naponskih nivoa, ogleda se u nemogućnosti direktnog sumiranja struja (korak unazad) i izračunavanja napona čvorova (korak unapred) kod trofaznih transformatora čiji su namotaji na sekundaru spregnuti u trougao ili neuzemljenu zvezdu.

Drugi problem je adekvatno modelovanje distribuiranih izvora, odnosno distribuiranih generatora (DG), obzirom na različite tipove i načine priključenja na mrežu. U zavisnosti od vrste primarne energije (vetar, voda, sunce, itd.) u distribuiranim elektranama se koriste različiti tipovi generatora, koji se na distributivnu mrežu priključuju direktno ili posredstvom uređaja energetske elektronike (ispravljača i invertora). Prema načinu rada, odnosno kontrolabilnosti reaktivne snage, DG se u algoritmima proračuna tokova snaga predstavljaju preko modela konstantne snage ili modela konstantnog napona.

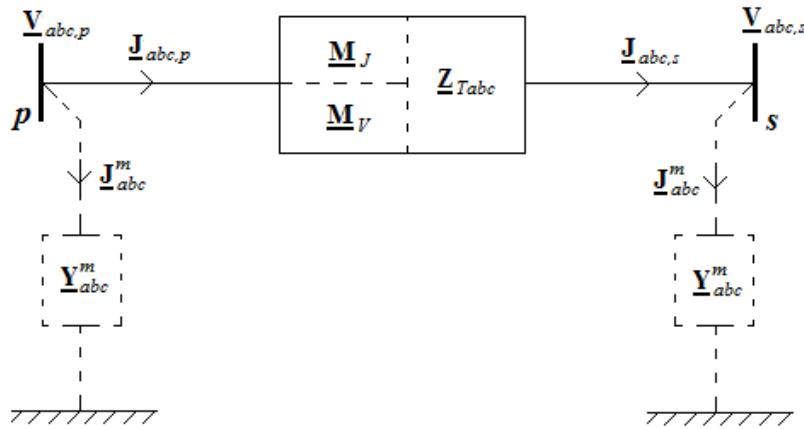
U ovom radu su dati modeli transformatora i DG za proračun nesimetričnih tokova snaga u radikalnim distributivnim mrežama metodom nazad/napred. Predloženi modeli su testirani na dve reprezentativne test mreže.

*\*jordan.radosavljevic@gmail.com*

## MODEL TRANSFORMATORA U PRORAČUNU NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA

U literaturi se mogu identifikovati tri pristupa za modelovanje distributivnih transformatora pri proračunu nesimetričnih tokova snaga. Prvi pristup je predstavljanje trofaznih distributivnih transformatora preko admitantne matrice. Iako se smatra klasičnim načinom modelovanja transformatora, ovaj pristup ima značajan nedostatak koji se ogleda u problemu singulariteta admitantne matrice za neke sprege transformatora, kao na primer  $Y_nD$  ili  $Dd$ . U referencama [2,3,4,5] razvijeni su postupci za primenu ovog modela transformatora u algoritmima proračuna nesimetričnih tokova snaga, gde je problem singulariteta rešavan relativno komplikovanim procedurama modifikacije admitantnih submatrica. Drugi pristup u modelovanju distributivnih transformatora je direktno izvođenje jednačina u faznom domenu za struje primara u funkciji stuje sekundara (koje se koriste u koraku unazad) i napone sekundara u funkciji napona primara i struje sekundara (koje se koriste u koraku unapred). U referenci [6] su ove jednačine izvedene za tri sprege transformatora ( $Yy$ ,  $Dy$  i  $Yd$ ), a u [7] su dati matrični oblici tih jednačina za više sprega, ali nisu obuhvaćene sve sprege, kao npr.  $Y_nD$ . Treći način modelovanja transformatora je preko simetričnih komponenti. Jedan pokušaj u tom pravcu je ostvaren u [8], gde su dati algoritmi proračuna nulte komponente napona i struje za srege  $Dyn$  i  $Y_nd$ , u okviru nazad/napred postupka.

U ovom radu je izведен model trofaznog transformatora za proračun nesimetričnih tokova snaga, primenom teorije simetričnih komponeneta. Na slici 1 je data ekvivalentna šema predloženog modela.



Sl. 1. Ekvivalentna šema trofaznog transformatora za proračun nesimetričnih tokova snaga

Proračun tokova snaga metodom nazad/napred se bazira na iterativnoj korekciji struje na početku grane u funkciji struje na kraju grane (korak unazad) i korekciji napona čvora na kraju grane u funkciji napona čvora na početku grane i struje na kraju grane. Shodno tome, kada je grana distriutivne mreže transformator, potrebno je struju primara izraziti u funkciji struje sekundara, a napon sekundara u funkciji napona primara i struje sekundara. U referenci [9] su izvedene relacije između simetričnih komponenti fazora struja primara i sekundara, koje se mogu napisati u matričnom obliku:

$$\underline{\mathbf{J}}_{di0,p} = \underline{\mathbf{m}}_J \cdot \underline{\mathbf{J}}_{di0,s} \quad (1)$$

Matrična jednačina za izračunavanje simetričnih komponenti napona na sekundaru transformatora u funkciji simetričnih komponenti napona na primaru i simetričnih komponenti struje sekundara je

$$\underline{\mathbf{V}}_{di0,s} = \underline{\mathbf{m}}_V \cdot \underline{\mathbf{V}}_{di0,p} - \underline{\mathbf{Z}}_{Tdi0} \cdot \underline{\mathbf{J}}_{di0,s} \quad (2)$$

Matrice  $\underline{\mathbf{m}}_J$ ,  $\underline{\mathbf{m}}_V$  i  $\underline{\mathbf{Z}}_{Tdi0}$  su date u tabeli 1. Kako se može videti, prenos simetričnih komponenti direktnog i inverzognog redosleda napona i struja ne zavise od tipa sprege. Prenos nulte komponente struje i napona, kao i oblik matrice simetričnih komponenti impedansi kratkog spoja ( $\underline{\mathbf{Z}}_{Tdi0}$ ), zavise od tipa sprege i uzemljenosti neutralne tačke transformatora.

TABELA 1. Matrični reprezentati prenosa simetričnih komponenti stuja i napona na transformatoru.

Sprega	$\underline{\mathbf{m}}_J$	$\underline{\mathbf{m}}_V$	$\underline{\mathbf{Z}}_{Tdi0}$
$Y_nY_n$ ( $k=0,4,8$ )	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{m}_T^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{m}_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\underline{m}_T} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{m}_T} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{m}_T^*} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\underline{m}_T} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_T & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_T & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_T \end{bmatrix}$
$Y_nY_n$ ( $k=2,6,10$ )	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{m}_T^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{m}_T} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\underline{m}_T} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{m}_T} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{m}_T^*} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\underline{m}_T} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_T & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_T & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_T \end{bmatrix}$
$Yy_n$ ( $k=0,2,4,6,8,10$ ) $Dy_n$ ( $k=1,3,5,7,9,11$ )	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{m}_T^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{m}_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{m}_T} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{m}_T^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_T & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_T & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_T \end{bmatrix}$
$Y_ny$ ( $k=0,2,4,6,8,10$ ) $Yy$ ( $k=0,2,4,6,8,10$ ) $Y_nd$ ( $k=1,3,5,7,9,11$ ) $Yd$ ( $k=1,3,5,7,9,11$ ) $Dy$ ( $k=1,3,5,7,9,11$ ) $Dd$ ( $k=0,2,4,6,8,10$ )	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{m}_T^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{m}_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{m}_T} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{m}_T^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_T & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

gde je:  $\underline{m}_T = m_T \cdot e^{jk30^\circ}$  - kompleksni prenosni odnos trofaznog transformatora;  $\underline{Z}_T$  - impedansa kratkog spoja transformatora.

Izračunavanje fazora struje primara (karak unazad): Prema teoriji simetričnih komponenti, fazne struje na statoru, se mogu razložiti na svoje simetrične komponente,

$$\underline{\mathbf{J}}_{di0,s} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{J}}_{abc,s} \quad (3)$$

Zamenom izraza (3) u (1) i primenom Furteskijeove transformacije, dobija se relacija za izračunavanje vektora faznih struja primara u funkciji vektora faznih struja sekundara,

$$\underline{\mathbf{J}}_{abc,p} = \underline{\mathbf{M}}_J \cdot \underline{\mathbf{J}}_{abc,s} \quad (4)$$

gde je:  $\underline{\mathbf{M}}_J = \mathbf{T} \cdot \underline{\mathbf{m}}_J \cdot \mathbf{T}^{-1}$  prenosna matrica transformatora za struje;  $\mathbf{T}$  - Furteskijeova matrica.

Izračunavanje fazora napona sekundara (karak unapred): Najpre se odrede simetrične komponente napona primara,

$$\underline{\mathbf{V}}_{di0,p} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{V}}_{abc,p} \quad (5)$$

Kada se izrazi (3) i (5) zamene u (2) i primeni Furteskijeova transformacija dobija se izraz za izračunavanje vektora fazora napona na sekundaru u funkciji vektora fazora napona na primaru i vektora fazora struje na sekundaru:

$$\underline{\mathbf{V}}_{abc,s} = \underline{\mathbf{M}}_V \cdot \underline{\mathbf{V}}_{abc,p} - \underline{\mathbf{Z}}_{Tabc} \cdot \underline{\mathbf{J}}_{abc,s} \quad (6)$$

Gde je:  $\underline{\mathbf{M}}_V = \mathbf{T} \cdot \underline{\mathbf{m}}_V \cdot \mathbf{T}^{-1}$  prenosna matrica transformatora za napone, a  $\underline{\mathbf{Z}}_{Tabc} = \mathbf{T} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{Tdi0} \cdot \mathbf{T}^{-1}$  fazna matrica impedansi u rednoj grani transformatora.

Grana magnećenja transformatora se uzima u obzir preko matrice admitansi magnećenja [10]:

$$\underline{\mathbf{Y}}_{abc}^m = \mathbf{T} \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{di0}^m \cdot \mathbf{T}^{-1} \quad (7)$$

gde je  $\underline{\mathbf{Y}}_{di0}^m$  dijagonalna matrica simetričnih komponenti admitansi magnećenja transformatora, čiji su elementi admitansa magnećenja direktnog, inverznog i nultog redosleda. Admitansa magnećenja se u ekvivalentoj šemi na slici 1 prikazuje na onoj strani koja je spregnuta u uzemljenu zvezdu. U svim ostalim slučajevima se može prikazati na bilo kojoj strani (izabranoj po želji).

## MODEL DISTRIBUIRANIH IZVORA U PRORAČUNU NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA

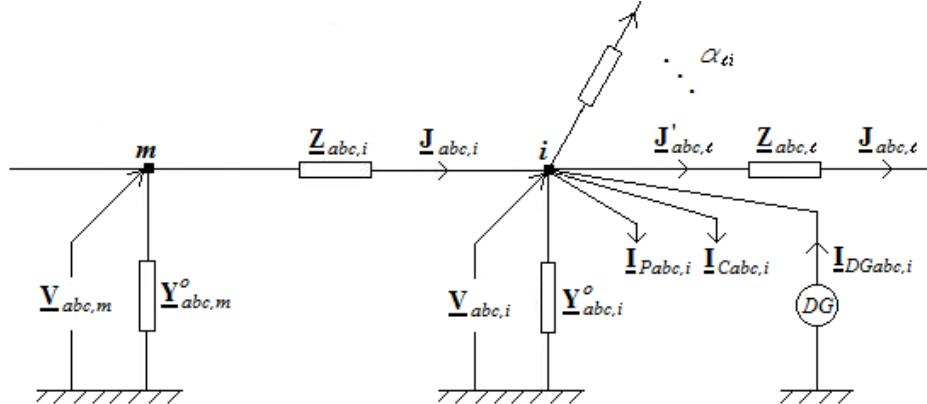
Modelovanje distribuiranih izvora ili distribuiranih generatora (DG) pri proračunu tokova snaga zavisi od tehnologije, načina priključenja, tipa i snage [11]. Primarna energija distribuiranih izvora se transformiše u električnu energiju i injektira u distributivnu mrežu na nekoliko načina:

- Direktnim priključivanjem sinhronih ili asinhronih generatora na mrežu (MHE, vetrogeneratori, gasne elektrane, dizel električni agregati);
- Priključivanjem sinhronih ili asinhronih generatora na mrežu posredstvom uređaja energetske elektronike (vetrogeneratori, mikroturbine);
- Posredstvom uređaja energetske elektronike (fotonaponski izvori, gorivne čelije).

Ukoliko je električna mašina (sinhrona ili asinhrona) direktno priključena na mrežu, tada se model DG u algoritmu proračuna određuje na osnovu načina rada. U ostalim slučajevima se model DG određuje na osnovu kontrolnih karakteristika kola energetske elektronike, pomoću koga se DG povezuje na mrežu. Ovi modeli se mogu sumirati u dve grupe:

- model konstantne snage **PQ**, kada je specificirana aktivna i reaktivna snaga, odnosno aktivna snaga i faktor snage u tački priključenja DG,
- model konstantnog napona **PV**, kada je specificirana aktivna snaga i modul napona direktnog redosleda u tački priključenja DG.

Na slici 2 je prikazan DG koji injektira struju u čvor  $i$  mreže. Na taj način direktno utiče na raspodelu struja u granama koje su incidentne datom čvoru, a indirektno na struje i napone u celoj mreži.



Sl. 2. Raspodela struje u  $i$ -tom čvoru distributivne mreže u koji je priključen distribuirani generator.

Shodno slici 2, izraz za struju grane  $i$ , u  $k$ -toj iteraciji proračuna tokova snaga je:

$$\underline{\mathbf{J}}_{abc,i}^{(k)} = \underline{\mathbf{I}}_{Pabc,i}^{(k)} + \underline{\mathbf{I}}_{Cabc,i}^{(k)} - \underline{\mathbf{I}}_{DGabc,i}^{(k)} + \underline{\mathbf{Y}}_{abc,i}^o \cdot \underline{\mathbf{V}}_{abc,i}^{(k-1)} + \sum_{\ell \in \alpha_{ii} \setminus \{i\}} \underline{\mathbf{J}}_{abc,\ell}^{(k)} \quad (8)$$

Proračun fazora struje DG zavisi od načina modelovanja (PQ ili PV). Kada se DG predstavlja modelom konstantne snage PQ, kompleksna struja DG se izračunava shodno specificiranim aktivnim ( $P_{DG}^{sp}$ ) i reaktivnim ( $Q_{DG}^{sp}$ ) snagama:

$$\underline{\mathbf{I}}_{DGabc,i}^{(k)} = \left[ \left( \frac{P_{DGa,i}^{sp} + jQ_{DGa,i}^{sp}}{V_{a,i}^{(k-1)}} \right)^* \quad \left( \frac{P_{DGb,i}^{sp} + jQ_{DGb,i}^{sp}}{V_{b,i}^{(k-1)}} \right)^* \quad \left( \frac{P_{DGi,i}^{sp} + jQ_{DGi,i}^{sp}}{V_{c,i}^{(k-1)}} \right)^* \right]^T \quad (9)$$

Kada se DG modeluje kao PV čvor, zadaje se njegova aktivna snaga ( $P_{DG}^{sp}$ ) i modul napona direktnog redosleda ( $\underline{V}_d^{sp}$ ). Izraz za struju injektiranja DG koji se modeluje kao PV čvor je:

$$\underline{\mathbf{I}}_{DGabc,i}^{(k)} = \left[ \left( \frac{P_{DGa,i}^{sp} + jQ_{DGa,i}^{(k-1)}}{\underline{V}_{a,i}^{(k-1)}} \right)^* \quad \left( \frac{P_{DGB,i}^{sp} + jQ_{DGB,i}^{(k-1)}}{\underline{V}_{b,i}^{(k-1)}} \right)^* \quad \left( \frac{P_{DGC,i}^{sp} + jQ_{DGC,i}^{(k-1)}}{\underline{V}_{c,i}^{(k-1)}} \right)^* \right]^T \quad (10)$$

Konstantan napon direktnog redosleda PV čvora se ostvaruje korekcijom reaktivne snage DG. Proračun reaktivne snage DG u čvoru  $i$ , u tekućoj  $k$ -toj iteraciji proračuna tokova snaga, vrši se kroz sledećih 6 koraka:

1. Izvrši se proračun tokova snaga, modelujući DG kao PQ čvor. Na početku proračuna se zada inicijalna vrednost reaktivne snage (obično 0), kao i minimalna i maksimalna reaktivna snaga DG.
2. Na osnovu izračunatih faznih vrednosti, odredi se direktna komponenta napona PV čvora  $\underline{V}_{d,i}^{iz(k)}$ .
3. Odredi se kompleksna vrednost specificiranog napona PV čvora,

$$\underline{V}_{d,i}^{sp(k)} = V_{d,i}^{sp} \cdot [\cos(\theta_{d,i}^{(k)}) + j \sin(\theta_{d,i}^{(k)})] \quad (11)$$

Gde su:  $V_{d,i}^{sp}$  - zadata i konstantna vrednost modula napona direktnog redosleda u PV čvoru;  $\theta_{d,i}^{(k)}$  - fazni stav izračunatog napona direktnog redosleda ( $\underline{V}_{d,i}^{iz(k)}$ ) PV čvora, u tekućoj  $k$ -toj iteraciji.

4. Izračuna se razlika specificiranog i izračunatog napona direktnog redosleda,  $\Delta\underline{V}_i^{(k)} = \underline{V}_{d,i}^{sp(k)} - \underline{V}_{d,i}^{iz(k)}$  i proveri konvergencija modula izračunatog napona prema specificiranoj vrednosti, tj.  $|\Delta\underline{V}_i^{(k)}| \leq \varepsilon$

Ukoliko je ovaj uslov ispunjen, postupak proračuna tokova snaga se završava, u suprotnom treba korigovati reaktivnu snagu DG.

5. Priraštaj reaktivne snage DG se izračunava na osnovu razlike specificiranog i izračunatog napona direktnog redosleda,

$$\Delta Q_{DG,i}^{(k)} = \text{Im} \left\{ \underline{V}_{d,i}^{sp(k)} \cdot (\underline{\mathbf{Z}}_{PV,i}^{-1} \cdot \Delta \underline{V}_i^{(k)})^* \right\} \quad (12)$$

gde je:  $\underline{\mathbf{Z}}_{PV,i}$  - suma kompleksnih impedansi direktnog redosleda grana između PV čvora (DG u čvoru  $i$ ) i korenog čvora distributivne mreže.

Korekcija reaktivnih snaga DG se vrši dodavanjem izračunatog priraštaja reaktivne snage na vrednost reaktivne snage iz prethodne iteracije,

$$[Q_{DGabc,i}^{(k)}] = [Q_{DGabc,i}^{(k-1)}] + [\Delta Q_{DG,i}^{(k)}] \quad (13)$$

Ukoliko je izračunata reaktivna snaga izvan zadatih granica ( $Q_{DGabc,\min} < Q_{DGabc} < Q_{DGabc,\max}$ ), reaktivna snaga DG se postavlja na zadati limit, a čvor  $i$  se u daljem proračunu tretira kao PQ čvor sa zadatom aktivnom i reaktivnom snagom.

6. Sa tako korigovanom reaktivnom snagom ponavlja se proračun tokova snaga, i vrši nova korekcija reaktivnih snaga DG, sve dok se ne zadovolji postavljeni kriterijum konvergencije iz koraka 4.

Kada u distributivnoj mreži postoji više od jednog DG koji se modeluju kao PV čvorovi (recimo da je njihov broj  $N_{PV}$ ), za izračunavanje priraštaja reaktivnih snaga primenjuje se vektorska jednačina:

$$\Delta \mathbf{Q}_{DG}^{(k)} = \text{Im} \left\{ \underline{\mathbf{V}}_d^{sp(k)} \cdot (\underline{\mathbf{Z}}_{PV}^{-1} \cdot \Delta \underline{\mathbf{V}}^{(k)})^* \right\} \quad (14)$$

gde je:  $\Delta \mathbf{Q}_{DG}^{(k)}$  - vektor priraštaja reaktivnih snaga DG u PV čvorovima;  $\underline{\mathbf{V}}_d^{sp(k)}$  - vektor kompleksnih vrednosti specificiranih napona;  $\Delta \underline{\mathbf{V}}^{(k)} = \underline{\mathbf{V}}_d^{sp(k)} - \underline{\mathbf{V}}_d^{iz(k)}$  - vektor odstupanja izračunatih napona direktnog redosleda od specificiranih kompleksnih vrednosti napona u PV čvorovima;  $\underline{\mathbf{Z}}_{PV}$  - matrica osetljivosti PV čvorova, dimenzija  $N_{PV} \times N_{PV}$ , čiji su dijagonalni elementi  $\underline{Z}_{PVii}$  jednaki zbiru impedansi direktnog redosleda grana između PV čvora  $i$  i korenog čvora, a vandijagonalni elementi

$Z_{PVij}$  jednaki zbiru kompleksnih impedansi direktnog redosleda zajedničkih grana na putanjama od PV čvorova  $i$  i  $j$  do korenog čvora.

Ukoliko je izračunata reaktivna snaga nekog DG izvan zadatih granica, u daljem toku proračuna ona se postavlja na zadati limit, a taj čvor menja status iz PV u PQ čvor. Pored toga, matrica  $Z_PV$  se redukuje brisanjem vrste i kolone koje odgovaraju PV čvoru koji je promenio status u PQ čvor.

## TEST PRIMERI

**Test primer 1.** Na slici 3 je prikazana jednopolna šema IEEE 4 test sistema. Ovaj test sistem se već standarno koristi u literaturi za verifikaciju modela transformatora u algoritmima proračuna nesimetričnih tokova snaga. Podaci o parametrima vodova, transformatora i snaga potrošača su dostupni u referenci [12]. U tabeli 2 su uporedo dati rezultati proračuna tokova snaga sa predloženim modelima transformatora i referentni rezultati iz [12] koji su dobijeni sa modelima transformatora iz [7].



Slika 3. Jednopolna šema test sistema IEEE 4.

TABELA 2. Rezultati proračuna tokova snaga u test sistemu IEEE 4.

Sprege Tf.	Čv.	$V_a \angle \theta_a \rightarrow \text{zvezda}$ $V_{ab} \angle \theta_{ab} \rightarrow \text{trogao}$		$V_b \angle \theta_b \rightarrow \text{zvezda}$ $V_{bc} \angle \theta_{bc} \rightarrow \text{trougao}$		$V_c \angle \theta_c \rightarrow \text{zvezda}$ $V_{ca} \angle \theta_{ca} \rightarrow \text{trougao}$	
		Izračunato	Ref. [12]	Izračunato	Ref. [12]	Izračunato	Ref. [12]
$Y_n y_0$	1	1∠0	1∠0	1∠-120	1∠-120	1∠120	1∠120
	2	0.9950∠-0.1	0.9951∠-0.1	0.9876∠-120.2	0.9876∠-120.2	0.9837∠119.3	0.9837∠119.3
	3	0.9599∠-2.3	0.9604∠-2.3	0.9387∠-123.6	0.9399∠-123.6	0.9172∠114.8	0.9180∠114.8
	4	0.9055∠-4.1	0.9063∠-4.1	0.8035∠-126.8	0.8042∠-126.8	0.7631∠102.8	0.7638∠102.8
$Y_n d 1$	1	1∠0	1∠0	1∠-120	1∠-120	1∠120	1∠120
	2	0.9877∠-0.2	0.9880∠-0.2	0.9922∠-120.4	0.9923∠-120.4	0.9877∠119.5	0.9877∠119.5
	3	0.9366∠-2.8	0.9365∠-2.8	0.9548∠-123.8	0.9548∠-123.8	0.9315∠115.7	0.9315∠115.7
	4	0.8234∠-5.8	0.8233∠-5.8	0.8765∠-130.3	0.8764∠-130.3	0.7927∠108.6	0.7923∠108.6
$Yd 1$	1	1∠0	1∠0	1∠-120	1∠-120	1∠120	1∠120
	2	0.9877∠-0.2	0.9878∠-0.2	0.9921∠-120.4	0.9923∠-120.4	0.9879∠119.5	0.9878∠119.5
	3	0.9366∠-2.8	0.9365∠-2.8	0.9548∠-123.8	0.9548∠-123.8	0.9315∠115.7	0.9313∠115.7
	4	0.8234∠-5.8	0.8233∠-5.8	0.8765∠-130.3	0.8764∠-130.3	0.7927∠108.6	0.7928∠108.6
$Dy_n 1$	1	1∠0	1∠0	1∠-120	1∠-120	1∠120	1∠120
	2	0.9904∠29.6	0.9904∠29.6	0.9875∠-90.4	0.9875∠-90.4	0.9890∠149.8	0.9890∠149.8
	3	0.9536∠-32.4	0.9535∠-32.4	0.9416∠-153.8	0.9414∠-153.8	0.9218∠85.2	0.9218∠85.2
	4	0.8980∠-34.2	0.8981∠-34.2	0.8061∠-157.0	0.8061∠-157.0	0.7701∠73.4	0.7698∠73.4
$Dd 0$	1	1∠0	1∠0	1∠-120	1∠-120	1∠120	1∠120
	2	0.9897∠29.8	0.9897∠29.8	0.9920∠-90.5	0.9920∠-90.5	0.9865∠149.5	0.9865∠149.5
	3	0.9379∠27.2	0.9380∠27.2	0.9549∠-93.9	0.9548∠-93.9	0.9306∠145.7	0.9305∠145.7
	4	0.8247∠24.3	0.8248∠24.3	0.8768∠-100.4	0.8767∠-100.4	0.7918∠138.6	0.7918∠138.6
$Yy 0$	1	1∠0	nema	1∠-120	nema	1∠120	nema
	2	0.9887∠-0.2		0.9908∠-120.5		0.9870∠119.6	
	3	0.9442∠-2.7		0.9495∠-124.4		0.9221∠116.1	
	4	0.9140∠-2.6		0.7667∠-127.9		0.7942∠102.7	

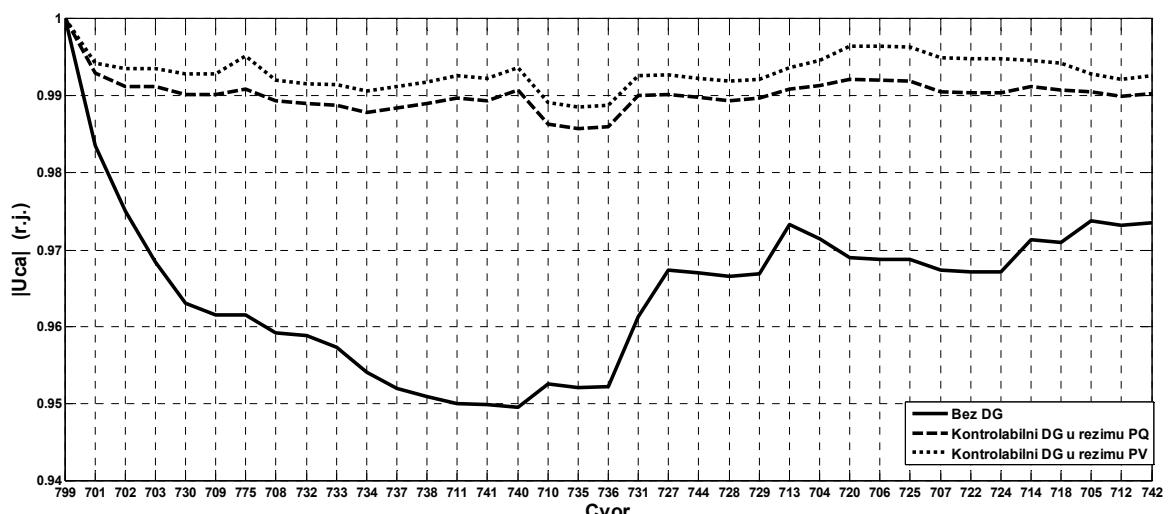
**NAPOMENA:** Naponi čvorova na strani trougla su međufazni, a naponi čvorova na strani zvezde su fazni. Na primer, kod sprege transformatora  $Y_n d$  i  $Yd$  naponi u čvoru 2 su fazni a naponi u čvorima 3 i 4 su međufazni; Kod sprege  $Dy_n$  naponi u čvoru 2 su međufazni, a naponi čvorova 3 i 4 su fazni, itd.

**Test primer 2.** Verifikacija modela i analiza uticaja tipa i veličine DG na naponski profil i gubitke snaga distributivne mreže su sprovedeni na primeru IEEE 37 test mreže. Relevantnost dobijenih rezultata je potvrđena poređenjem sa referentnim rezultatima u [12,13]. Podaci o ovoj test mreži su dostupni u [12]. U tabeli 3 su prikazani podaci za pet DG priključenih na IEEE 37 mrežu. Pretpostavljeno je da su tri DG kontrolabilna, što znači da mogu da rade i u režimu konstantne snage (PQ čvor) i u režimu konstantnog napona (PV čvor).

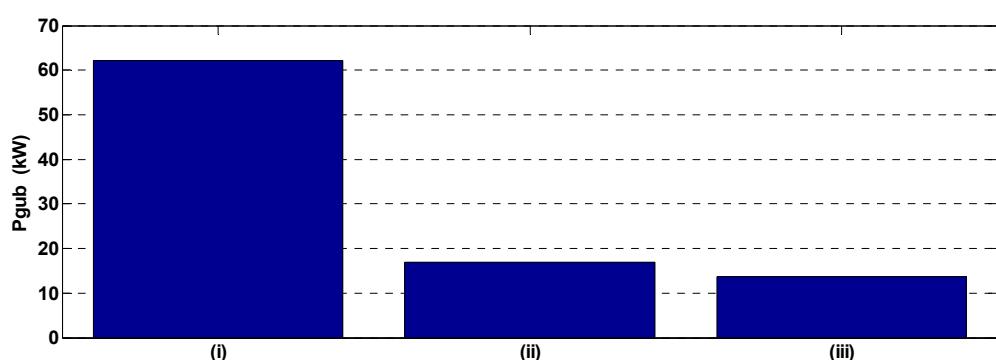
TABELA 3. Podaci o DG.

DG	Lokacija	Tip	Model	$P_{DG}$ (kW)	$Q_{DG}$ (kVAr)
1	703	Trofazni	PQ, $\cos\phi=0.9$	450	217.95
2	705	Jednofazni	PQ, $\cos\phi=0.9$	150	72.65
3	720	Trofazni	Kontrolabilni	600	$0 \leq Q \leq 600$
4	740	Trofazni	Kontrolabilni	600	$0 \leq Q \leq 600$
5	775	Trofazni	Kontrolabilni	450	$0 \leq Q \leq 450$

Analizirana su 3 karakteristična scenarija: (i) kada u mreži nema priključenih DG; (ii) kada kontrolabilni DG rade kao PQ čvorovi sa jediničnim faktorom snage; (iii) kada kontrolabilni DG rade kao PV čvorovi sa zadatim aktivnim snagama i specificiranim vrednostima napona direktnog redosleda od 1 r.j. Na slici 4 je prikazan naponski profili mreže između faza c-a, a na slici 5 gubici aktivne snage za ova tri slučaja. Očigledno je značajno poboljšanje naponskog profila mreže sa priključenjem DG. Najbolji naponski profil mreže, odnosno najmanje odstupanje napona čvorova od nominalne vrednosti, i minimalni gubici snage se imaju kada kontrolabilni DG rade u režimu konstantnog napona (PV).



Sl. 4. Naponski profil IEEE 37 test mreže za međufazni napon c-a.



Sl. 5. Gubici aktivne snage u IEEE 37 test mreži

## ZAKLJUČAK

U radu su predstavljeni modeli transformatora i DG za proračuna nesimetričnih tokova snaga metodom nazad/napred. Model transformatora je izведен primenom teorije simetričnih komponenata. Može se primeniti na sve tipove sprega. Distribuirani generatori su predstavljeni kao PQ i PV čvorovi. U radu je dat i algoritam za proračun korekcije reaktivne snage PV čvora. Izloženi modeli transformatora i DG se lako mogu implementirati u algoritam proračuna tokova snaga. Verifikacija modela transformatora za 6 različitih sprega je izvršena na standardnoj test mreži IEEE 4. Oba modela DG (PQ i PV) su primenjena u proračunu nesimetričnih tokova snaga u mreži IEEE 37. Analiziran je njihov uticaj na naponski profil i gubitke aktivne snage u mreži. Dobijeni rezultati su upoređeni sa referentnim rezultatima. Konstatovano je veoma dobro poklapanje, što predstavlja potvrdu tačnosti predloženih modela i efikasnosti algoritma proračuna.

## ZAHVALNICA

Autori se zahvaljuju Ministarstvu prosvete i nauke Republike Srbije na finansiranju projekta TR 33046 u okviru koga je nastao ovaj rad.

## LITERATURA

1. C.S. Cheng, D. Shirmohammadi, 1995, "A Three-Phase Power Flow Method for Real-Time Distribution System Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 10, No. 2, pp. 671-679.
2. T.-H. Chen, M.-S. Chen, T. Inoue, P. Kotas, and E.A. Chebli, 1991, "Three-phase cogenenerator and transformator models for distribution system analysis", *IEEE Transactions On Power Delivery*, Vol. 6, pp. 1671-1681.
3. Z. Wang, F. Chen, L. Li, 2004, "Implementing Transformer Nodal Admittance Matrices Into Backward/Forward Sweep-Based Power Flow Analysis for Unbalanced Radial Distribution Systems", *IEEE Transactions On Power Systems*, Vol. 19, No. 4., pp. 1831-1836.
4. P. Xiao, D.C. Yu and W. Yan, 2006, "A Unified Three-Phase Transformer Model for Distribution Load Flow Calculations", *IEEE Transactions On Power Systems*, Vol. 21, No. 1., pp. 153-159.
5. V. S. Strezoski, P.M. Vidović, 2008, "Proračun nesimetričnih tokova snaga distributivnih mreža", Elektroprivreda, br. 2, str. 35-47.
6. M.E. Baran, E.A. Staton, 1997, "Distribution Transformer Models for Branch Current Based Feeder Analysis", *IEEE Transactions On Power Systems*, Vol. 12, No. 2., pp. 698-703.
7. W.H. Kersting, 2002, "Distribution System Modeling and Analysis", CRC Press, New York.
8. U. Eminoglu, M.H. Hocaoglu, 2009, "Three-Phase Transformer and Voltage Regulator Modelling for Forward/Backward Sweep-Based Distribution System Power Flow Algorithms", *International Journal of Electrical Engineering Education*, 46/1, pp. 30-46.
9. M. Đurić, 1998, "Elementi EES-a", ETF Beograd, Beograd.
10. Dragan S. Tasić, 2010, "Analiza elektroenergetskih mreža i sistema", Elektronski fakultet u Nišu.
11. S.M. Moghaddas and E. Mashhour, 2009, "Distributed Generation Modeling for Power Flow Studies and a Three-Phase Unbalanced Power Flow Solution for Radial Distribution Systems Considering Distribution Generation" *Electric Power Systems Research*, Vol. 79, pp. 680–686.
12. Distribution Test Feeders, <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders/index.html>
13. H.E. Farag, E.F. El-Saadany, R. El Shatshat and A. Zidan, 2011, "A Generalized Power Flow Analysis for Distribution Systems with High Penetration of Distributed Generation", *Electric Power Systems Research* Vol. 81, pp. 1499–1506.